

LA MODELACIÓN DISTRIBUIDA CON POCOS PARÁMETROS DE LAS CRECIDAS

Félix Francés García, Javier Benito Casado

Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de la Universidad
Politécnica de Valencia.

RESUMEN: En este artículo los autores presentan un modelo de simulación de crecidas distribuido de pocos parámetros. Los submodelos utilizados son: para la obtención del campo de precipitación el método de inverso a la distancia al cuadrado; para la infiltración el modelo del Soil Conservation Service con un factor corrector del umbral de escorrentía; y se utiliza una adaptación del hidrograma unitario de Clark para la traslación de la escorrentía hasta el punto de desagüe. El resultado es un modelo con sólo tres parámetros a calibrar. El resto de la información necesaria se ha obtenido haciendo uso de un Sistema de Información Geográfica. Al aplicarlo en una cuenca mediterránea de tamaño medio, las mejoras respecto de una modelación agregada equivalente son más que apreciables, con los mismos requerimientos de información básica y de calibración.

INTRODUCCIÓN

Una de las múltiples clasificaciones de los modelos de simulación de avenidas es la que los divide en modelos agregados y distribuidos. Los modelos agregados son aquellos que consideran que la lluvia es uniforme sobre la cuenca, obteniendo su magnitud por promediación areal, y que los parámetros de los diferentes submodelos son globales y permanecen constantes a lo largo de un episodio. En contraposición con los modelos agregados, los modelos distribuidos permiten la variabilidad espacial de la lluvia y de los parámetros de los diferentes submodelos que los componen. Realmente habría que diferenciar entre los modelos distribuidos propiamente dichos, en los que los procesos hidrológicos se simulan en cada celda, y los pseudodistribuidos, en los que la cuenca se divide en muchas pequeñas subáreas (o subcuencas) con precipitación y parámetros uniformes en el espacio.

Durante una avenida, la mayor parte del hidrograma está generado por la escorrentía superficial, por lo que al modelar las crecidas nos centraremos en analizar los fenómenos de producción y traslación de la escorrentía,

despreciando el resto. La producción de escorrentía depende básicamente de la precipitación y de la infiltración en cada punto de la cuenca, que a su vez es función de la velocidad de infiltración y del déficit de humedad del suelo. La traslación hasta el punto de desagüe depende de la topografía, distinguiéndose un primer movimiento sobre las laderas y pequeños cauces de las subcuencas y un segundo a través de los cauces principales. Estos flujos de ladera y cauce son esencialmente distintos, al serlo el medio donde se producen.

Es evidente que existe una variabilidad espacial natural de la precipitación, de los parámetros de infiltración y de la estructura de la red de drenaje. Así, la posición de una tormenta dentro de la cuenca va a influir en el tiempo de respuesta de la misma, elemento considerado como constante en la modelación agregada. Es más, se ha demostrado que no toda la superficie de la cuenca contribuye en la producción de la escorrentía que llega al punto de desagüe (Chow et al., 1988): en cuencas mediterráneas se pueden generar tormentas convectivas con celdas de precipitación de tan solo 10 km² de extensión.

Artículo recibido el **8 de septiembre de 1995** y aceptado para su publicación el **4 de diciembre de 1995**. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

Sivapalan y Wood (1986) encuentran que la variabilidad en la precipitación y en los parámetros de infiltración tiene un impacto importante sobre la escorrentía producida. Así, por ejemplo, con un coeficiente de variación unidad en el campo de precipitación o de conductividad saturada, se obtiene un 100% más de infiltración total en la cuenca si se adoptan los valores medios correspondientes al simular mediante un modelo agregado.

La variabilidad espacial de la precipitación y la infiltración se pierde en todos los modelos agregados al promediarlas sobre la cuenca. Por ello la tendencia actual es el desarrollo y utilización de modelos distribuidos. Sin embargo, los principales problemas de la modelación tanto distribuida como pseudodistribuida son el mayor volumen de información utilizada y que el número de parámetros crece proporcionalmente a la subdivisión de la cuenca.

Michaud y Sorooshian (1994) comparan la precisión de las simulaciones de un modelo pseudodistribuido complejo (KINEROS), un modelo pseudodistribuido simple basado en el modelo de infiltración del *Soil Conservation Service* (SCS) y un modelo agregado simple (SCS). Sus conclusiones ratifican las de otros autores como Naef (1981) y Wilcox et al. (1990) acerca de que se produce una mejora al emplear ambos modelos distribuidos respecto al uso del modelo agregado simple, especialmente en la consistencia del modelo.

En cuanto a la comparación entre los modelos distribuidos, Michaud y Sorooshian aseguran que, en caso de calibrarlos, en ambos se obtienen resultados similares, mientras que sin calibración el modelo complejo es más preciso que el modelo simple. Las razones fundamentales que aducen para justificar que el modelo simple proporcione resultados análogos al modelo complejo son los errores en la precipitación cuando se tiene una densidad baja de pluviógrafos y la falta de información para calibrar.

Pues bien, los objetivos fundamentales de este trabajo han sido por un lado desarrollar un modelo distribuido con pocos parámetros a calibrar, que hemos denominado PALANCIA, y por otro comprobar la bondad de la modelación distribuida frente a la modelación agregada. Para realizar la comparación hemos utilizado un modelo agregado equivalente, es decir, con los mismos submodelos que PALANCIA pero promediados sobre toda la cuenca. De esta forma la comparación es más objetiva que las realizadas anteriormente por otros autores. La cuenca utilizada es la del embalse del Regajo, de tamaño medio y con clima mediterráneo, en la que se contaba con algunos episodios de crecidas importantes suministrados por el Sistema Automático de Información Hidrológica (SAIH) de la Confederación Hidrográfica del Júcar.

Además, como se analiza en Francés (1994), para el tratamiento del gran volumen de información, determinación de los parámetros de los modelos y presentación de resultados espaciales, en todo momento hemos contado con la ayuda de un Sistema de Información Geográfica (SIG). Dada la variabilidad de la información tratada, el SIG empleado ha sido de tipo ráster. Normalmente hemos utilizado Idrisi sobre plataforma PC por su sencillez de manejo, aunque ciertos cálculos más complejos los hemos realizado en Arc/Info Grid sobre plataforma Unix.

LA MODELACIÓN DISTRIBUIDA

Los problemas más importantes con que se encuentra el investigador que trabaja en modelación distribuida de los fenómenos hidrológicos son los relacionados con los efectos de escala, teniendo que responder previamente a las siguientes preguntas: ¿es posible modelar de forma distribuida los procesos hidrológicos mediante modelos físicamente basados? y ¿a qué escala debe hacerse?.

Modelos físicamente basados frente a modelos conceptuales

El propósito de desarrollar un modelo físicamente basado es plausible. Abbott et al. (1986) señalan las limitaciones de la pasada generación de modelos conceptuales agregados: necesitan series meteorológicas e hidrológicas suficientemente largas para su calibración y no siempre se dispone de ellas, la calibración de los parámetros requiere en muchos casos hacer hipótesis no muy claras acerca de su relación con variables físicas, no se pueden hacer predicciones fiables de la respuesta de la cuenca ante un cambio en los usos del suelo de la misma, etc. Terminan asegurando que los modelos distribuidos físicamente basados pueden en principio resolver estas deficiencias mediante el uso de distribuciones espaciales de parámetros con sentido físico.

Por contra, Beven (1989) argumenta que hay varios problemas fundamentales en la aplicación de los modelos físicamente basados para la predicción práctica en Hidrología. Problemas que resultan de las limitaciones de las ecuaciones de estos modelos en relación con la heterogeneidad de la realidad, de la ausencia de una teoría de integración de los procesos (que realmente tienen lugar a escala sub-celda), de las restricciones prácticas a las metodologías de resolución y de los problemas de dimensionalidad en la parametrización.

La física en que estos modelos se basan, es la física a pequeña escala de los sistemas homogéneos, mientras que en las aplicaciones de estos modelos se fuerza a agregar estas ecuaciones a la escala de celda de la

mall, que tiene 1 Ha de superficie en el mejor de los casos. Con esta superficie y por poner un ejemplo, ¿qué significado físico tiene el potencial capilar medio sobre una celda de este tamaño?. El modelo supone que la celda y los parámetros que la caracterizan son homogéneos, lo que es falso.

En consecuencia Beven sugiere que la mayoría de las aplicaciones actuales de los modelos físicamente basados no son sino aplicaciones de modelos conceptuales agregados a escala de celda, por lo que sólo vislumbra dos vías de actuación:

i) Simular el proceso mediante modelos conceptuales distribuidos, porque no es necesario modelar, en un sentido físico estricto, el proceso de producción y traslación de la escorrentía en la cuenca para simular la respuesta de la misma.

ii) Aplicar modelos físicamente basados, pero conociendo sus limitaciones, por lo que habría que desarrollar paralelamente una técnica para la estimación de la incertidumbre asociada a las predicciones. Posteriormente, Beven (1991) da un paso más en este sentido, proponiendo que los conceptos "óptimo modelo de simulación" y "definición óptima de parámetros" sean sustituidos por el concepto "valor de probabilidad", de forma que el resultado de una simulación del comportamiento del sistema se acompañe de un índice de probabilidad, considerado como una evaluación de la probabilidad de obtener una simulación correcta con la definición de parámetros empleada. Y aún se emplearían mejor estos modelos si se utilizasen para asistir en el análisis de los datos, probar hipótesis en conjunción con estudios de campo e identificar áreas en las que nuestra comprensión es pobre (Grayson et al., 1992) en lugar de utilizarse en predicción universal, en situaciones diferentes a aquéllas en que el modelo fue calibrado.

Escala de trabajo

Wood et al. (1988) investigan la existencia de un área elemental representativa (REA) en el contexto de la modelación hidrológica a escala de cuenca, definiéndola como la superficie mínima dentro de la cual es posible asumir que las relaciones implícitamente continuas de los modelos físicamente basados son válidas, sin determinar los valores de los parámetros, aunque sea preciso considerar la heterogeneidad del área en términos de funciones de distribución de probabilidad de cada característica.

La topografía influye fuertemente sobre el valor de la REA, pero para las cuencas estudiadas por Wood et al. (1988) el área fue de 1 Km², indicando que la predicción para áreas más grandes de este tamaño es insensible a la

variabilidad de los parámetros, mientras que en áreas menores, el proceso debe ser modelado exactamente.

Según Beven (1991), este concepto es útil para clarificar la interrelación de la heterogeneidad de las características y la escala de cuenca en la producción de escorrentía, pero claramente es una gran simplificación que ignora los efectos de la traslación a través de la red de canales y la variabilidad de los tipos de roca, suelo, pendiente y precipitación, así como las complejas estructuras de correlación que pueden existir entre estas variables en relación con el fenómeno de producción de escorrentía.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, o se trabaja con modelos agregados (conceptuales, ya que la cuenca será de mayor tamaño que el área elemental representativa), o con modelos conceptuales distribuidos, puesto que ni es necesario modelar exactamente el proceso interno de producción de escorrentía para determinar la respuesta de la cuenca a un episodio de precipitación, ni tampoco posible: suponiendo que puede asumirse que la variabilidad espacial de una característica hidráulica del suelo es un campo aleatorio estacionario, sería necesario adoptar tamaños de celda de aproximadamente 2x2 m² para ajustar su variograma al variograma puntual observado (Russo y Bressler, 1982).

En este segundo caso de modelación conceptual distribuida, ¿qué tamaño de celda resulta adecuado adoptar, a fin de asumir que los parámetros del modelo o las funciones de probabilidad de las características se mantienen constantes?.

No se puede dar un valor fijo, porque depende de la heterogeneidad de los parámetros o características y del tamaño de la cuenca. Como ejemplos: La aplicación del Sistema Hidrológico Europeo (SHE) sobre la cuenca del río Wye (Bathurst, 1986) se hizo con un tamaño de celda de 250x250 m²; la resolución elegida para la base de datos nacional del Reino Unido es de 50x50 m², y la resolución de las imágenes temáticas proporcionadas por el satélite Landsat es de 30 metros.

EL MODELO DISTRIBUIDO PALANCIA

A la vista de todas las consideraciones anteriores, de entrada el modelo PALANCIA debería de ser un modelo distribuido de tipo conceptual. El resultado es un modelo en el que se ha buscado la sencillez, reduciendo al máximo el número de parámetros a calibrar y utilizando submodelos ya probados por la experiencia aunque adaptados a la modelación distribuida. Habría que recordar que sencillez es equivalente de robustez según el Principio de Parsimonia estadístico. Pasemos a conti-

nuación a describir en detalle cada uno de los submodelos que lo constituyen.

Distribución espacial de la precipitación

Uno de los problemas que a menudo surgen en la aplicación de la Hidrología es la estimación de datos en un punto donde no hay aparatos de medida. Tales estimaciones pueden hacerse mediante interpolación espacial de datos disponibles en otros puntos próximos. Si el binomio (x_j, y_j) con $j=1,2,\dots,n$ representa las coordenadas de cada una de las estaciones pluviométricas desde las que se pretende evaluar la precipitación en un espacio bidimensional, y p_i es una función que denota la precipitación observada en las estaciones, la estimación del proceso en el punto de coordenadas (x_0, y_0) la obtendremos como una combinación lineal de los valores observados:

$$\hat{p}_0 = \sum_{j=1}^n u_j P_j \quad (1)$$

donde u_i representa el peso para la estación j . Esta ecuación es la forma general de la función de interpolación, difiriendo las distintas técnicas únicamente en la forma de evaluar los pesos.

Se ha demostrado (Tabios y Salas, 1985) que, con una densidad de datos importante en zonas topográficamente homogéneas, donde las hipótesis de homogeneidad e isotropía de la media, varianza y estructura de correlación espacial son bastante realistas, tanto la interpolación óptima como la interpolación Kriging son superiores al resto de técnicas analizadas por los autores. Este resultado es lógico, dado que ambas técnicas se basan en la minimización de la varianza de los errores de estimación. Sin embargo, para aplicar el procedimiento es necesario estimar una función de correlación espacial o variograma respectivamente, que represente adecuadamente la dependencia estadística espacial del proceso, para un intervalo definido de discretización temporal.

Posteriormente aplicaciones en una cuenca de la Confederación Hidrográfica del Júcar, instrumentalizadas con la red de pluviómetros del SAIH (DIHMA, 1994b) han arrojado cierto margen de duda sobre la superioridad del procedimiento en situaciones donde las hipótesis efectuadas son menos realistas. En estas aplicaciones, las nubes de puntos procedentes del cómputo de las funciones de correlación espacial muestrales, sobre los datos procedentes de la red SAIH, exhiben una dispersión tal, que la bondad del ajuste de las funciones teóricas no es particularmente satisfactoria.

Estas consideraciones justifican el empleo de métodos alternativos de interpolación espacial que no requieran hipótesis respecto de la estructura espacial del proceso.

Concretamente se ha escogido el método de interpolación con coeficientes de ponderación inversos a las distancias al cuadrado, al ser la técnica que auna eficacia, sencillez de aplicación y un alto grado de experimentación en el campo de la Hidrología. Además, con la densidad de pluviómetros disponibles y para los episodios analizados en este trabajo, no se han encontrado diferencias apreciables entre este método y el de interpolación óptima.

En el método de interpolación por inverso a la distancia al cuadrado, los pesos son evaluados como funciones de la distancia entre el punto (x_0, y_0) y las estaciones (x_i, y_i) según la ecuación:

$$u_j = \frac{\frac{1}{d_{0j}^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_{0i}^2}} \quad (2)$$

siendo d_{0i} la distancia entre el punto considerado y la estación j .

El submodelo de infiltración

El más extendido y experimentado de los modelos empíricos de infiltración es el del *Soil Conservation Service* (SCS). El principal inconveniente del mismo es que carece de un sentido físico acusado, mientras que sus principales ventajas son la adaptabilidad a la modelación distribuida, su simplicidad y su fuerte aceptación a nivel mundial.

El modelo parte de la hipótesis conceptual de que la escorrentía acumulada producida en una superficie de suelo es a la infiltración acumulada, como la precipitación bruta acumulada, una vez descontada la fracción necesaria para que se produzca el encharcamiento, a la máxima infiltración acumulada que puede producirse. Es decir:

$$\frac{E}{F} = \frac{P - P_0}{S} \quad (3)$$

donde: E = escorrentía acumulada; F = infiltración acumulada a partir del encharcamiento; S = máxima infiltración acumulada potencial que puede producirse, P = precipitación bruta acumulada y; P_0 = umbral de escorrentía. El umbral de escorrentía agrupa las abstracciones a la precipitación (como la interceptación y el almacenamiento en depresiones) y la infiltración producidas hasta el encharcamiento de la superficie y es un parámetro del modelo del SCS.

Por continuidad se ha de cumplir que tanto las abstracciones hasta el encharcamiento como la infiltración y la escorrentía provengan de la precipitación, mientras que experimentalmente se ha

demostrado que el umbral de escorrentía se aproxima al 20% de la máxima capacidad de infiltración. Es decir:

$$P = E + F + P_0 \quad (4)$$

$$P_0 \approx 0.2 S$$

Por supuesto esta segunda aseveración no ha de tomarse como cierta en todos los casos y este porcentaje podría ser otro parámetro del modelo, a calibrar en cada cuenca. En este trabajo se ha desechado tal posibilidad, adoptando el valor prefijado.

Es posible entonces determinar la escorrentía acumulada en una celda i producida hasta un determinado instante en función únicamente de la precipitación bruta acumulada sobre la celda y de su umbral de escorrentía. En la mayor parte del mundo el modelo del SCS se expresa en función de la máxima infiltración acumulada posible, S , refiriendo ésta a un parámetro denominado número de curva, CN , cuyos valores están tabulados y oscilan entre 0 y 100. En España, Témez (1978) la expresó en función del P_0 , al considerar que el umbral de escorrentía tiene un sentido físico más marcado que el número de curva. Sus valores oscilan entre 0 e infinito.

El umbral de escorrentía depende de: i) el estado de humedad inicial del suelo; ii) el tipo de suelo, atendiendo a su potencia, textura y velocidad de infiltración; iii) la cubierta vegetal u otros usos del suelo y; iv) la clinometría. Los valores del umbral de escorrentía (o del número de curva) se encuentran tabulados para condiciones de humedad antecedente in medias en función de los otros tres primeros factores.

Según el *Soil Conservation Service*, si las condiciones de humedad antecedente no son medias, ha de transformarse el umbral tabulado en el umbral de escorrentía con condiciones de humedad inicial secas o húmedas, en función de la precipitación de los últimos cinco días y época de crecimiento de la vegetación. Sin embargo, esta corrección que consideramos correcta a nivel de diseño, sistemáticamente nos ha dado resultados nefastos cuando se trata de simular crecidas en cuencas de tipo mediterráneo. Por ello hemos introducido un factor corrector μ único para toda la cuenca, de tal forma que, después de sustituir las hipótesis de la ecuación 4 en la 3, el submodelo de infiltración propuesto para una celda queda como:

$$E_i(t) = 0 \quad \text{si} \quad P_i(t) \leq \mu P_{0,i} \quad (5)$$

$$E_i(t) = \frac{[P_i(t) - \mu P_{0,i}]^2}{P_i(t) + 4\mu P_{0,i}} \quad \text{si} \quad P_i(t) > \mu P_{0,i}$$

Al ser constante en la cuenca, el factor corrector μ nos

sirve además para cubrir los errores en magnitud de las tablas de umbrales de escorrentía. Estos errores aparecen fundamentalmente por la dependencia del umbral de escorrentía del tamaño de celda considerado (Francés, 1994). Es decir, los valores tabulados de los umbrales de escorrentía de cada celda sólo nos informan de su relativa capacidad de infiltración respecto del resto de celdas.

En resumen, en el modelo PALANCIA el campo de umbrales de escorrentía nos define la variabilidad espacial de la infiltración, mientras que el factor corrector μ introduce la magnitud de la infiltración para el tamaño de celda utilizado y las condiciones iniciales de humedad del suelo. Sin embargo, la dependencia de μ de las condiciones iniciales de humedad hacen que tenga que ser siempre calibrado. Afortunadamente esta calibración es simple, pues basta con cumplir el balance hídrico de la cuenca.

Submodelo de traslación superficial

Dentro de los modelos conceptuales de traslación, la técnica más experimentada es la del hidrograma unitario. Una de sus ventajas es que se trata de un modelo lineal, con lo que según Shing y Woolisher (1976) el efecto de los errores en la determinación de la lluvia y en los parámetros del modelo van a repercutir menos en la solución final que con un modelo no lineal.

La teoría del hidrograma unitario distribuido consiste en que la respuesta de la cuenca frente a un aguacero complejo es la suma de las convoluciones de éste con el hidrograma unitario de cada celda. Si una celda se encuentra a una distancia tal que su tiempo de viaje hasta el punto de desagüe es t_i , su hidrograma unitario más simple es el rectangular que se representa en la Figura 1 (Maidment, 1993). Una hipótesis implícita en esta teoría es que la producción de la escorrentía sólo depende de las características de la celda donde se produce, y no de las que atraviesa durante su traslación.

El tiempo de viaje es función de la distancia a recorrer por el agua d_i y de su velocidad v_i . Aunque parece más adecuado hacer depender el campo de velocidades de la pendiente de cada celda (Sircar et al., 1991), esto nos llevaría a tener que distinguir las laderas de los cauces, pues a igualdad de pendiente en estos últimos el agua circula más aprisa. En aras de la simplicidad, en el modelo PALANCIA asumimos una velocidad constante para toda la cuenca e igual a la relación entre la longitud máxima de cauce, L_{\max} , y el tiempo de concentración T_c , de tal forma que:

$$t_i = d_i \frac{T_c}{L_{\max}} \quad (6)$$

Con lo que el único parámetro a calibrar en este caso sería el tiempo de concentración.

Sin embargo, un hidrograma unitario de celda rectangular nos ha dado como resultado respuestas excesivamente bruscas de la cuenca. Este efecto es el mismo que aparece en la modelación agregada mediante el hidrograma unitario obtenido por el método de las isocronas: no en balde uno es el equivalente agregado del otro.

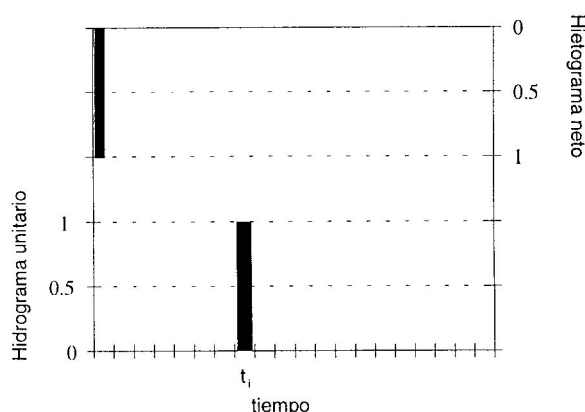


Figura 1. Hidrograma unitario rectangular de una celda cuyo tiempo de viaje es t_i .

La solución la hemos encontrado en lo que denominamos el hidrograma unitario distribuido de Clark. En su versión original agregada, el hidrograma unitario de Clark es el hidrograma resultante de aplicar un embalse lineal sobre el hidrograma unitario deducido por isócronas. La idea surge de la semejanza de las respuestas entre una cuenca y un embalse lineal frente a un estímulo o acción. Este efecto embalse se produce por el almacenamiento dinámico de la escorrentía sobre la superficie y por la existencia de un flujo subsuperficial más lento. La ecuación del embalse lineal en cada celda junto con la ecuación de continuidad resulta en la siguiente ecuación diferencial para cada celda:

$$\left. \begin{aligned} S_i(t) &= \alpha q_i(t) \\ \frac{dS_i}{dt} &= I_i(t) - q_i(t) \end{aligned} \right\} \alpha \frac{dq_i}{dt} + q_i(t) - I_i(t) = 0 \quad (7)$$

donde: S_i = almacenamiento; q_i = hidrograma unitario de Clark; I_i = hidrograma unitario rectangular y; α = coeficiente de recesión común para todas las celdas. Evidentemente la única diferencia entre celdas es la traslación en el tiempo de los hidrogramas unitarios input y resultante en función de su tiempo de viaje t_i .

La resolución por diferencias finitas centradas de la ecuación (7) para un impulso unitario resulta en el hidrograma unitario de Clark de cada celda, representado en la Figura 2. Este nuevo hidrograma unitario suaviza y prolonga en el tiempo la conversión en escorrentía de la precipitación neta de volumen unidad producida en la celda, respecto a la simple traslación que resultaría de utilizar el hidrograma unitario rectangular de la Figura 1.

Por lo tanto, el modelo PALANCIA necesita calibrar dos parámetros en su submodelo de traslación: el tiempo de concentración y el coeficiente de recesión del embalse lineal.

El modelo agregado equivalente

El modelo agregado equivalente que hemos utilizado en la comparación, hace uso de los mismos submodelos que PALANCIA pero con las siguientes puntualizaciones:

- i) La lluvia bruta sobre la cuenca se obtiene como media espacial del campo de precipitaciones en cada intervalo de tiempo.
- ii) El umbral de escorrentía es el valor medio de los umbrales de escorrentía de la cuenca.
- iii) El factor corrector del umbral de escorrentía calibrado será diferente por la diferencia de escala entre la celda y la cuenca, y por el efecto de promediación de la lluvia y de los umbrales de escorrentía frente a un proceso no lineal.
- iv) El submodelo de traslación es el clásico hidrograma unitario de Clark, obtenido a partir del hidrograma unitario deducido por isocronas.

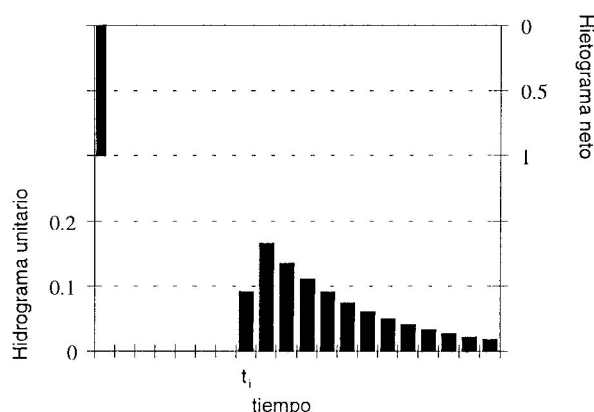


Figura 2. Hidrograma unitario de Clark de una celda cuyo tiempo de viaje es t_i .

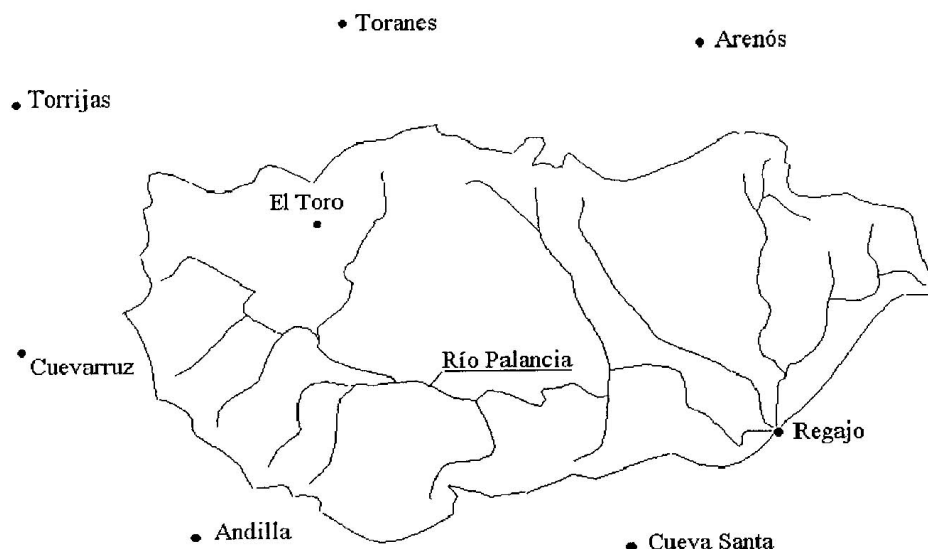


Figura 3. Situación de las estaciones pluviométricas de la red SAIH utilizadas y red de drenaje principal.

LA CUENCA DEL EMBALSE DEL REGAJO

La cuenca que vamos a utilizar de aplicación es la cuenca del alto Palancia vertiente al embalse del Regajo. Esta cuenca, que pertenece a la jurisdicción de la Confederación Hidrográfica del Júcar, se encuentra entre las provincias de Teruel y Castellón y tiene una superficie de 477 km², por lo que puede considerarse como una cuenca de tamaño medio.

En la Figura 4 se representa el modelo digital del terreno (MDT) de la cuenca, que oscila entre las cotas 405 (en el embalse) y 1586 m. Pueden observarse claramente las tres unidades topográficas que la constituyen: la llanura del Toro al norte y algo desconectada del resto de la cuenca; la subcuenca baja, que ocupa la mitad oriental, de forma palmeada alrededor del embalse y con una rápida respuesta; y por último, al oeste, la subcuenca alta formada por las estribaciones meridionales de la sierra de Javalambre, donde se encuentran las mayores altitudes.

Aunque el tamaño de celda empleado para la información básica es de 100x100 m², el modelo ha trabajado con una resolución de aproximadamente 300x300 m², en consonancia con el tamaño de celda de 250x250 m² adoptado en la aplicación del modelo SHE mencionada por Bathurst (1986). Con ello, sin merma de calidad respecto a un tamaño de celda menor, los ficheros de información tienen un tamaño nueve veces menor. Este hecho facilita el almacenamiento y disminuye el tiempo computacional de todas las operaciones en esa misma magnitud.

Solo se dispone de 8 pluviógrafos del SAIH en la zona para la obtención de la precipitación sobre la cuenca, de los cuales solo dos se encuentran dentro de la misma (Figura 3). La densidad es baja, por lo que hay que contar con errores importantes en la definición del campo de precipitación. Las series fueron previamente completadas de fallos de transmisión y de errores (DIHMA, 1994b).

Existe un único punto de medición de caudales en el propio embalse. La discretización temporal de los datos originales era de 5 minutos, pero por falta de precisión en el embalse debido a su superficie (DIHMA, 1994a) se ha utilizado una discretización de 30 minutos para la información básica y los modelos. De los 5 episodios de avenida importantes registrados hasta la fecha, los que vamos a utilizar son los denominados C (comienzo el 28 de noviembre de 1989 y con un caudal pico de 108 m³/s), D (del 26 de diciembre de 1989 y caudal pico de 138 m³/s) y E (del 20 de enero de 1991, con un caudal pico de 8.7 m³/s).

OBTENCIÓN DE LA INFORMACIÓN DE ENTRADA A LOS MODELOS

En el modelo PALANCIA solo tenemos 3 parámetros a calibrar: el factor μ de corrección del mapa de umbrales de escorrentía, el tiempo de concentración T_c y el coeficiente α de recesión del hidrograma unitario de Clark. El resto de la información necesaria para los submodelos de infiltración y traslación se obtiene a partir del conocimiento de la cuenca. Además, por tratarse de un modelo de escorrentía superficial es necesaria previamente la separación en el hidrograma observado del flujo base. Veamos el tratamiento previo de la información de entrada que no va a necesitar calibración, tanto para el modelo PALANCIA como para su versión agregada.

Separación del flujo base

El método empleado es el más simple, trazando una línea recta entre el principio del hidrograma y el final de la escorrentía directa. Con ello el único parámetro es el tiempo del final de la escorrentía superficial.

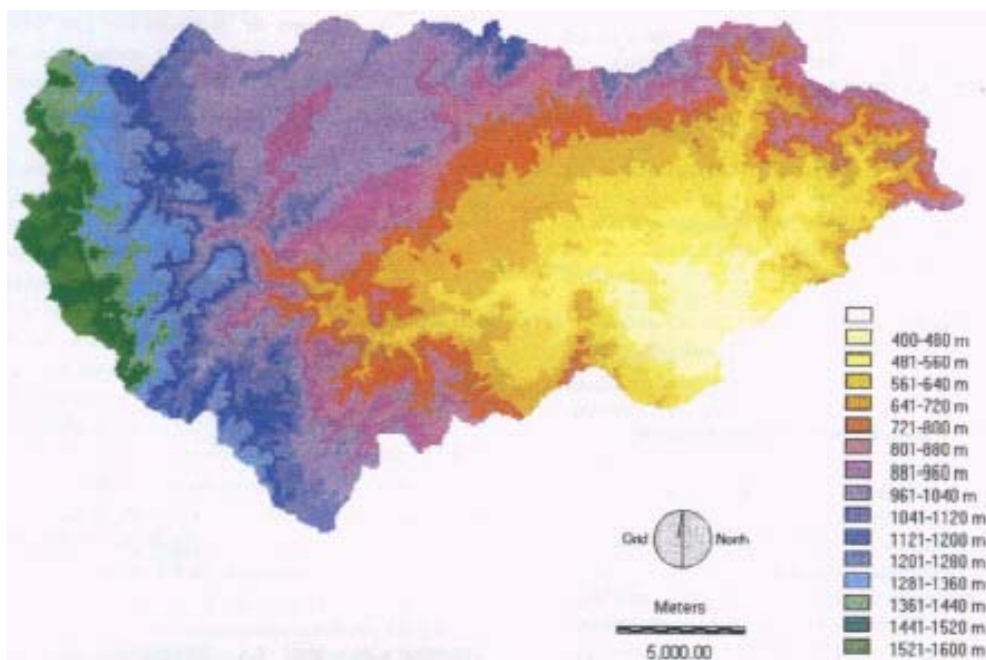


Figura 4. Modelo digital del terreno de la cuenca del embalse del Regajo, en el A Ito Palancia.

Para determinar el punto en que se inicia la curva exponencial decreciente a la que se aproxima la curva de recesión, se ha procedido a hallar los logaritmos de los caudales de tal forma que, el instante en que éstos se alejan de la recta en que se transforma la exponencial decreciente es el elegido como punto de inicio de la curva de recesión. El coeficiente de recesión estimado vale $2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, los caudales pico de escorrentía superficial en los tres episodios se reducen a 102, 126 y $7.9 \text{ m}^3/\text{s}$ y la longitud de los nuevos episodios es de 267, 330 y 802 intervalos de media hora respectivamente.

Habría que señalar que la sensibilidad a esta operación en la zona del pico del hidrograma es escasa. No así en la forma de la rama descendente, en la que la posición del final de la escorrentía superficial pasa a ser un elemento clave.

Delimitación de la cuenca

La delimitación de la cuenca puede realizarse o bien por digitalización o a partir de un MDT de la zona. En este caso se realizaron los dos procesos siendo prácticamente coincidentes. Para el MDT la cartografía utilizada fue suministrada en soporte magnético por el Departamento de Ordenación del Territorio de la *Conselleriad' Obres Públiques, Urbanisme i Transports de la Generalitat Valenciana* (COPUT) en formato ATLAS de Arc/Info. Hubo que realizar una conversión que transformase el formato anterior en el formato vectorial de Idrisi para, posteriormente, con los propios módulos del sistema transformar los ficheros vectoriales en ficheros ráster. La delimitación automática se realizó en Arc/Info Grid, siendo su intersección con la topografía la ya mencionada Figura 4.

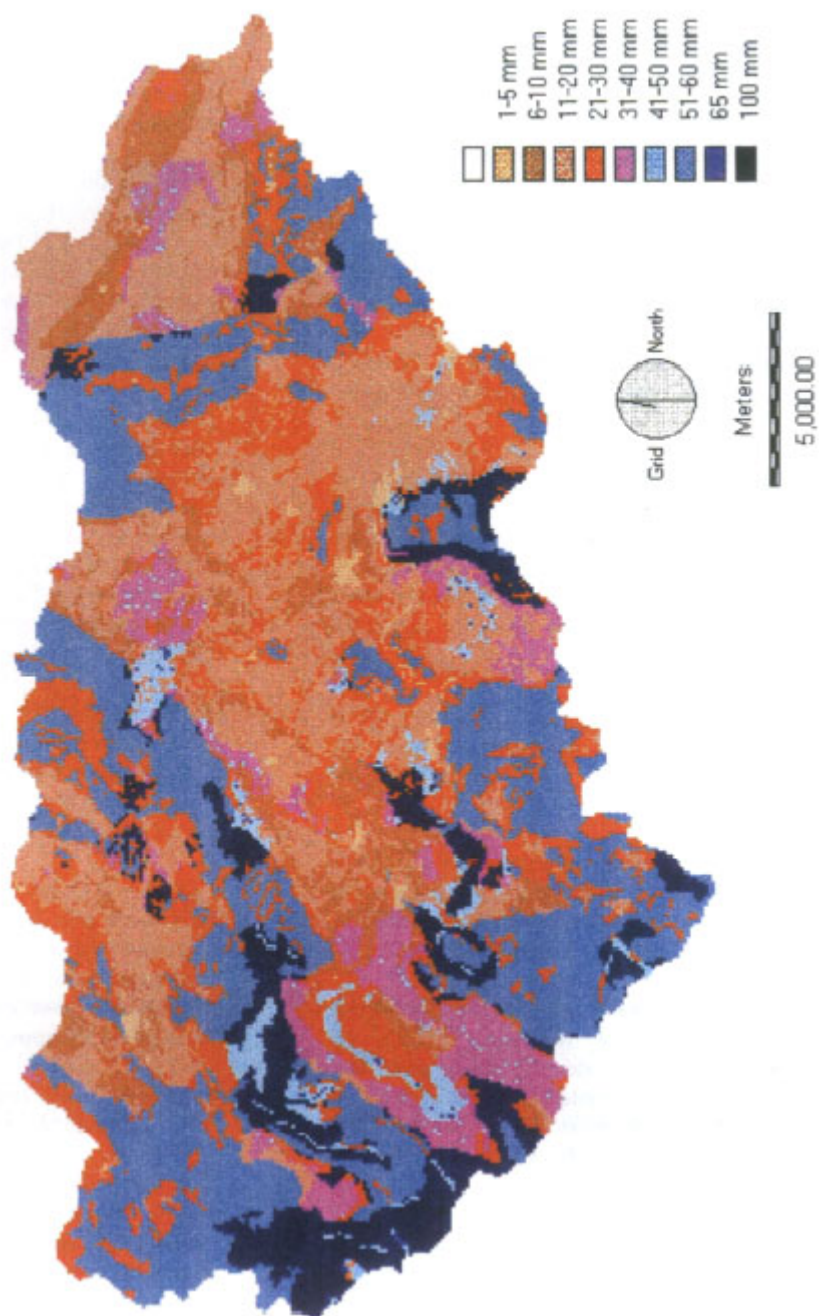


Figura 5. Mapa de umbrales de escorrentía de SCS con condiciones de humedad medias

Campo de umbrales de escorrentía

La obtención del mapa de umbrales de escorrentía P_0 ha sido más laboriosa, ya que es función de la pendiente, de los usos del suelo y de la fitología de la cuenca. Por defecto se asume unas condiciones de humedad antecedente medias, que es la situación que viene tabulada. Por tanto, para su cálculo mediante IDRISI el primer paso es recopilar la información básica referente a los tres primeros factores.

A partir del MDT se obtiene en primer lugar un mapa de pendientes y a continuación, mediante un proceso de reclasificación, el mapa de las celdas de pendiente inferior o superior al 3% (que son los rangos tabulados).

Los usos del suelo de la cuenca también fueron cedidos por la COPUT en soporte informático. Sin embargo, la clasificación era diferente a la del SCS, por lo que hubo que realizar una equivalencia entre ambas.

En cuanto a la litología hubo que digitalizarla a partir de la información de los planos geológicos a escala 1:50.000 del Instituto Geológico y Minero, del Mapa Hidrogeológico Nacional a escala 1:1.000.000 (de muy poca resolución) y de visitas de campo, para al final obtener un mapa con los cuatro tipos de suelo del SCS.

Una vez hemos procesado los datos básicos sobre litología, pendientes y usos del suelo, obtener los umbrales de escorrentía en los diferentes puntos de la cuenca requiere de las siguientes pasos:

i) Asignación de identificadores parciales a las clases en que se dividen las tres variables. Para evitar la repetición de identificadores globales, se han utilizado números primos que identifican cada una de ellas.

ii) Cálculo de identificadores globales. La esencia del proceso de obtención de resultados radica en superponer los ficheros de identificadores parciales. Este proceso se traduce matemáticamente en una multiplicación de los identificadores de las tres variables intervinientes en la obtención de los umbrales.

iii) Conversión del identificador global en umbral de escorrentía. Realizado el producto de los tres ficheros de imagen, cada píxel tiene un identificador global distinto que se corresponde biunívocamente con un valor del umbral de escorrentía, al haber adoptado números primos como identificadores parciales.

El resultado es un mapa de umbrales de escorrentía, que para el caso de condiciones medias y superpuesto con el mapa de definición de la cuenca se representa en la Figura 5. Puede observarse en esta figura la existencia de 3 zonas claramente menos permeables (colores oscuros)

y que serán generadoras de la mayor parte de la escorrentía: una porción de la llanura de El Toro, una franja al noroeste de la cuenca sobre un substrato pizarroso y el tercio central de la cuenca. El valor promedio del umbral de escorrentía es de 32 mm.

Campo de tiempos de viaje

Mediante el MDT de un SIG, es posible realizar las operaciones de obtención del campo de tiempos de viaje de una manera automática y objetiva. Para ello, las fases a seguir son:

i) Obtención, a partir del MDT, del campo de dirección de flujo en cada celda de la cuenca, suponiendo que el flujo se produce según la dirección de máxima pendiente. Hay que tener en cuenta que las distancias interceldas posibles son dos, según la dirección sea la de las diagonales o la de las apotemas de la celda.

ii) Obtención del campo de acumulación de celdas. El valor de una celda de este campo representa el número de celdas de la cuenca que vierten a través de ella. Esta fase la hemos realizado con los módulos de análisis del MDT de Arc/Info Grid, puesto que en Idrisi no está desarrollada esta capacidad. Junto con el de direcciones de flujo, este campo fija biunívocamente la conectividad entre las celdas que componen la cuenca.

iii) Definición del cauce principal de la cuenca o recorrido de mayor longitud hasta el punto de desagüe para obtener la longitud máxima de la ecuación 6. Para ello se utiliza el campo de direcciones de flujo y el de celdas acumuladas.

iv) Cálculo de un campo de tiempos de paso de la escorrentía por la celda dependiente del tiempo de concentración, T_C . Al ser la velocidad constante y por la dependencia de la distancia interceldas de la dirección, en este campo sólo aparecen dos valores distintos de tiempos.

v) Obtención del campo de tiempos de viaje hasta la celda de desagüe agregando el campo de tiempos de paso entre celdas, de acuerdo con la información proporcionada por el campo de direcciones de flujo.

Si queremos obtener un mapa de isocronas para obtener la curva tiempo-área, basta con reclasificar los tiempos de acuerdo a la discretización temporal elegida (en nuestro caso, media hora). Su resultado para un tiempo de concentración de 10 horas se representa en la Figura 6. En dicha figura puede observarse la existencia de las tres unidades topográficas ya descritas: circo oriental, planicie del Toro y cuenca alta. De esta forma se comprueba que el mapa de tiempos de viaje refleja la estructura de la red percibida cualitativamente a priori.

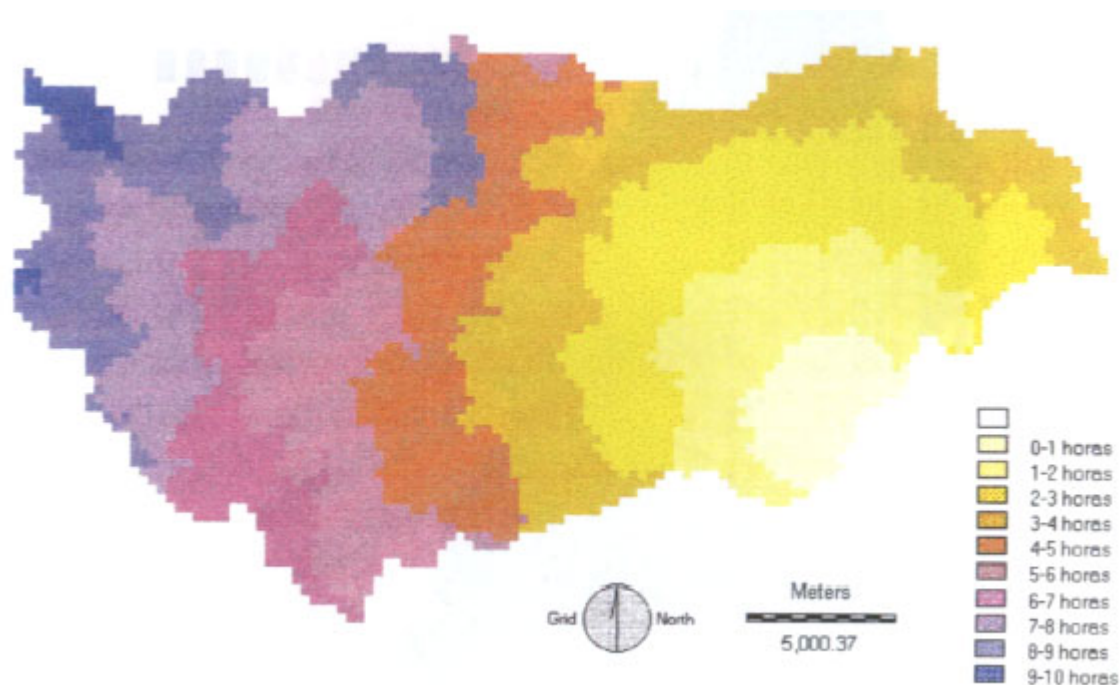


Figura 6. Mapa de isocronas de la cuenca para un tiempo de concentración de 10 horas

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA MODELACIÓN

De los tres episodios, el C está constituido por una única onda de crecida, por lo que es el más conveniente para la calibración. El episodio D presenta una pequeña onda inicial, mientras que el interés del episodio E es su orden de magnitud distinto y el hecho de presentar múltiples picos de crecida. Por ello, estos dos últimos eventos se van a emplear para la validación de los modelos (con la salvedad del submodelo de infiltración como se comentará más adelante).

El campo de precipitaciones se ha obtenido para cada episodio mediante el método de interpolación del inverso a la distancia al cuadrado ya descrito. En la Figura 7 se

representan mediante Idrisi los totales de precipitación bruta para el episodio C. Claramente estos totales se alejan de una distribución uniforme sobre la cuenca.

Calibración del submodelo de infiltración

Aplicando el submodelo de infiltración a los campos de precipitación bruta y de umbrales de escorrentía para condición de humedad antecedente media, se calibró por balance el factor corrector μ en los tres episodios, según se refleja en la Tabla 1. En dicha tabla V_1 es el volumen acumulado de escorrentía superficial medido en el punto de desagüe, mientras que V_2 es el volumen acumulado de precipitación neta en la cuenca si se considera que las condiciones de humedad antecedente son medias (es decir, $\mu=1$).

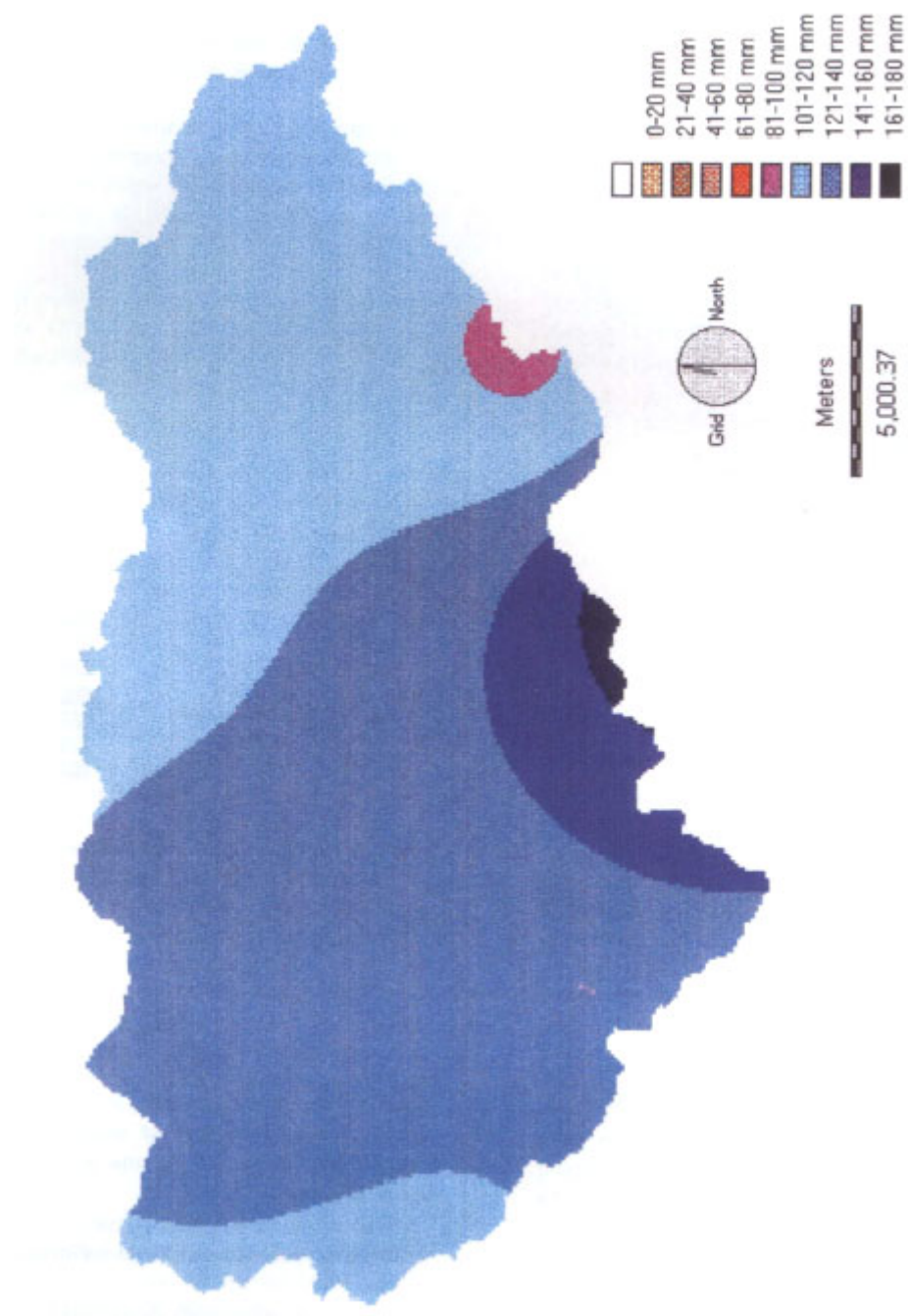


Figura 7. Campo de precipitación bruta acumulada en el episodio C.

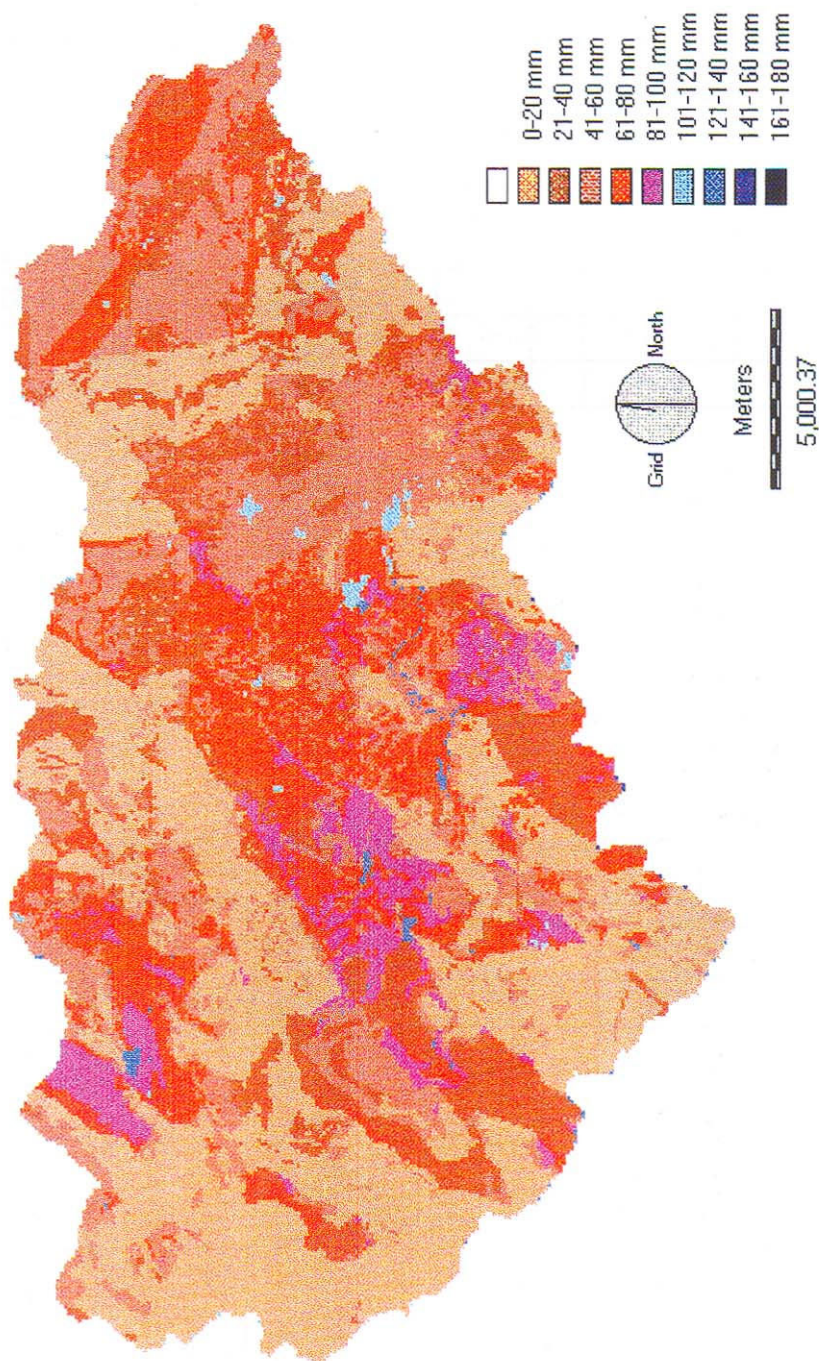


Figura 8. Campo de esorrentía (o precipitación neta) acumulada en el episodio C.

Se puede apreciar en la Tabla 1 que el estado de humedad inicial de la cuenca es mayor en los episodios D (suceso inmediatamente posterior en el tiempo al C) y E, dando lugar a mayores valores del factor corrector. Al ser los tres resultados muy dispares y fallar la metodología del SCS para tener en cuenta las condiciones iniciales de humedad, nos ha resultado imposible trasladar el valor de C a los episodios de validación, por lo que en los tres episodios hemos empleado su factor corrector calibrado.

Tabla 1. Calibración del factor corrector del campo de umbrales de escorrentía, μ , en el modelo PALANCIA.

	Suceso C	Suceso D	Suceso E
V_1 (Hm ³)	7.51	17.28	0.701
V_2 (Hm ³)	10.84	27.73	4.835
μ	1.37	1.70	2.77

El campo de precipitación neta resultante para el episodio C se representa en la Figura 8. Si se compara con la Figura 7 se observa una traslación hacia el norte del centro de gravedad de la lluvia neta, que desde luego va a influir en el tiempo y la forma de la respuesta de la cuenca.

Tabla 2. Calibración del factor corrector del umbral de escorrentía de la cuenca, μ , en el modelo agregado.

	Suceso C	Suceso D	Suceso E
V_1 (Hm ³)	7.51	17.28	0.701
V_2 (Hm ³)	6.81	21.48	1.635
μ	0.95	1.19	1.21

De forma análoga se realizó la calibración del factor corrector en el modelo agregado, como se refleja en la Tabla 2. Es de destacar la obtención de valores menores que en el caso distribuido. Es decir, la promediación areal de la lluvia y de los umbrales de escorrentía da lugar a un menor volumen desaguado. La razón hay que buscarla en el efecto de escala que se produce en un proceso no lineal como el definido por la ecuación 5. Este fenómeno reafirma también la idea de que una parte importante de la escorrentía se produce en aquellas zonas donde la precipitación es alta y/o la infiltración es baja, y será tanto más acusado cuanto mayor sea la variabilidad espacial de estos campos.

Calibración y validación del submodelo de traslación

La calibración de los dos parámetros del submodelo de traslación se ha realizado independientemente del parámetro del submodelo de infiltración. Además, en

este caso la calibración se ha realizado sobre el episodio C y se ha validado en los otros dos episodios.

En la selección de los parámetros se ha buscado minimizar los errores del valor y traslación del caudal máximo, y la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE) en la zona del pico del hidrograma. Este segundo criterio mide el error en la forma y viene definido como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i^* - Q_i)^2} \quad (8)$$

donde: n= número total de observaciones, Q_i^* = caudales observados y Q_i = caudales simulados. La combinación entre los dos criterios ha sido subjetiva en la elección final del resultado.

La calibración del modelo PALANCIA y del modelo agregado ha resultado en aproximadamente los mismos valores de los parámetros: tiempo de concentración T_c = 6 h y coeficiente de recesión α = 14 h⁻¹. Los resultados se muestran en la Figura 9 y en la Tabla 3. La validación con estos parámetros en los episodios D y E se adjuntan en la Figura 10 y 11 respectivamente y en la misma Tabla 3.

Tabla 3. Comparación de resultados obtenidos entre la modelación agregada y distribuida frente al hidrograma observado respecto del caudal y retardo del pico y de la raíz cuadrada del error cuadrático medio en los tres episodios.

Episodio		Observ.	Agregada	Distrib.
C	Pico (m ³ /s)	101.6	124.9	105.5
	Retardo (h)	-	1	0
	RMSE (m ³ /s)	-	17.02	8.49
D	Pico (m ³ /s)	125.8	176.0	157.7
	Retardo (h)	-	1/2	-1
	RMSE (m ³ /s)	-	25.75	18.66
E	Pico (m ³ /s)	7.9	11.7	8.3
	Retardo (h)	-	5½	- 5½
	RMSE (m ³ /s)	-	2.59	2.03

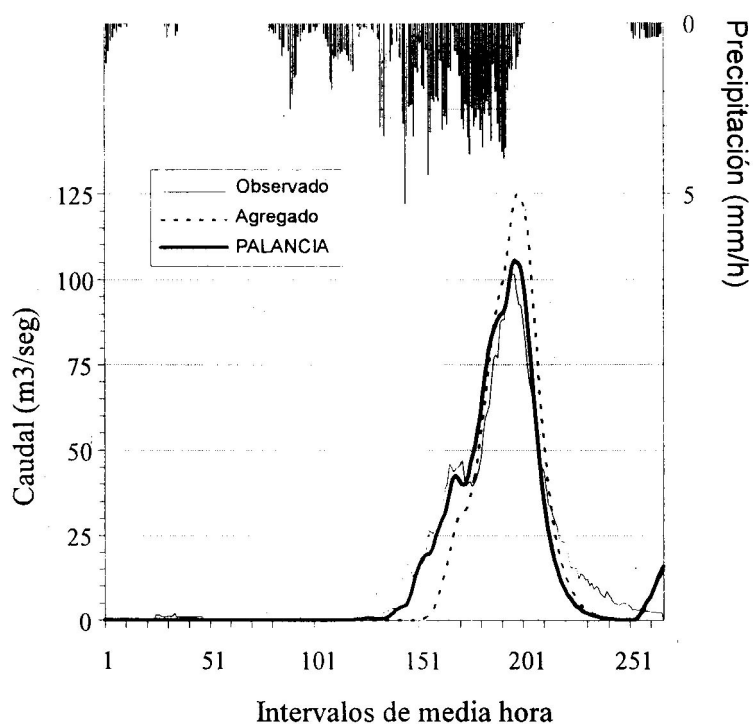


Figura 9. Comparación de los hidrogrmas observado y simulados del episodio C.

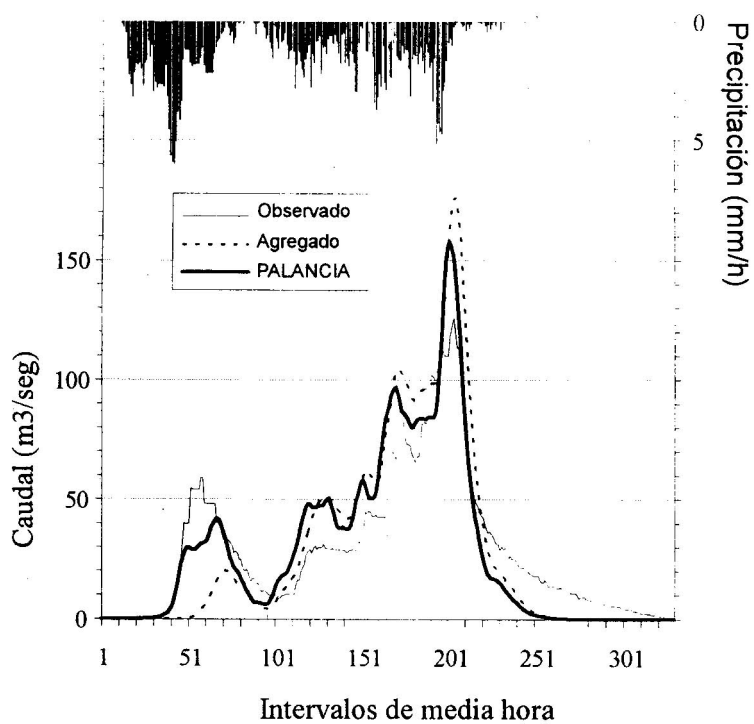


Figura 10. Comparación de los hidrogrmas observado y simulados del episodio D.

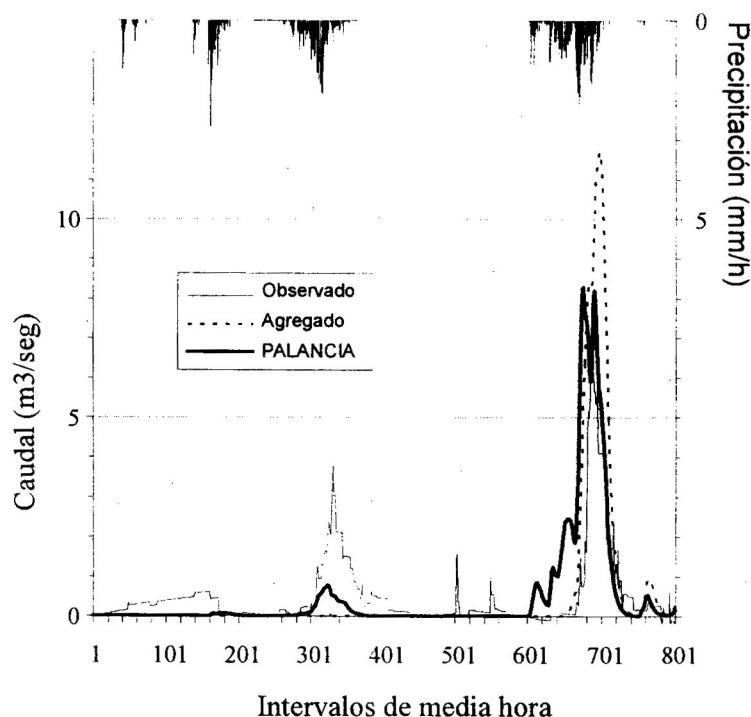


Figura 11. Comparación de los hidrogramas observado y simulados del episodio D.

Analizando los resultados de esta última tabla, vemos que las mejoras de la modelación agregada son espectaculares en los tres episodios en términos del RMSE y de la magnitud del pico. Con el modelo PALANCIA se reduce el RMSE en un 50, 28 y 22% respectivamente. En el caso de los episodios D y E la reducción es mayor si incluimos las primeras ondas de la crecida, como se puede apreciar en las Figuras 10 y 11. En cuanto al pico, se mejora en un 83, 36 y 89% respectivamente. Por otra parte, no hemos podido apreciar mejoras en la posición del pico, aunque a la vista de las figuras se puede decir que en ambos modelos los resultados son más que aceptables.

Si nos fijamos en las ondas iniciales de los episodios D y E, vemos que el modelo distribuido PALANCIA "capta" la saturación de áreas parciales de la cuenca mucho mejor que al aplicar un modelo agregado: en este caso no es hasta que el conjunto de la cuenca alcanza la humedad de saturación promedio cuando comienza a aparecer escurrimiento superficial.

CONCLUSIONES

Si en un modelo distribuido recurrimos a submodelos físicamente basados, el requerimiento de información espacial es formidable. Si los submodelos son de tipo conceptual, es imposible calibrar la distribución espacial de los parámetros con únicamente el hidrograma en el punto de desagüe, a menos que su número sea pequeño. En la práctica, incluso en los modelos físicamente basados siempre se requiere una calibración de parte de los parámetros. Por consiguiente, lo más recomendable es emplear modelos conceptuales sencillos, con un reducido número de parámetros y aplicados de forma distribuida, puesto que hemos demostrado que mejoran los resultados de la aplicación agregada y que poseen una consistencia comparable a la de los modelos complejos (Michaud y Sorooshian, 1994).

En este trabajo hemos propuesto un modelo distribuido real, pero haciendo uso de herramientas sencillas ya muy probadas en Hidrología, que requieren un mínimo de calibración y una pequeña adaptación a la modelación distribuida.

Así tenemos en cuenta la variabilidad espacial de la precipitación y de la infiltración, salvamos la carencia de puntos de medición y nos salvaguardamos de una posible inidentificación de los efectos inducidos por cada parámetro al calibrar los modelos.

Para la deducción de un campo distribuido de precipitación a partir de los hietogramas en las estaciones pluviométricas hemos utilizado la técnica de interpolación espacial por inverso de la distancia al cuadrado. Para la determinación de la distribución espacial de la escorrentía, el modelo de infiltración del SCS aplicado de forma distribuida es el seleccionado. En cuanto a la traslación de la precipitación neta producida, el método empleado es el del hidrograma unitario distribuido de Clark. De esta forma el modelo distribuido PALANCIA, compuesto por estos submodelos, sólo tiene tres parámetros a calibrar en toda la cuenca: i) el factor corrector del campo distribuido de umbrales de escorrentía, μ ; ii) el tiempo de concentración de la cuenca, T_c ; y iii) el coeficiente de recesión del embalse lineal de celda, α .

El submodelo de infiltración del SCS aplicado a la modelación distribuida resulta deficiente porque el tratamiento que hace de la influencia de la humedad antecedente en la producción de escorrentía es equivoco (Allen y Hjelmfelt, 1991) e inconsistente. Ello nos ha obligado a calibrar el factor corrector en todos los episodios. En cualquier caso opinamos que sí es correcta su utilización en estudios de diseño, ya que en estos estudios es necesario realizar una hipótesis sobre esta condición inicial.

La teoría del hidrograma unitario de Clark, tanto en la aplicación agregada como distribuida, es un muy buen método de traslación de la escorrentía, tal y como se ha comprobado en los hidrogramas simulados en la aplicación práctica. Una posible mejora pasa ineludiblemente por la separación entre el flujo en ladera y el flujo en cauce. Al modelar el proceso de forma distribuida se ha conseguido una mejora espectacular en términos de la forma (RMSE) y del pico del hidrograma, respecto de la modelación agregada.

Por último se ha comprobado que los SIG son una herramienta valiosa para el tratamiento y presentación de todo tipo de información distribuida espacialmente en una cuenca. Su utilización en la determinación de los parámetros de los modelos, tanto agregados como distribuidos, automatiza el proceso y mejora la precisión obtenida.

AGRADECIMIENTOS.

Este trabajo ha sido llevado a cabo en colaboración con el Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX, dentro del convenio de investigación entre este organismo y la Universidad Politécnica de Valencia sobre "Modelización de crecidas en tiempo real", de octubre de 1994.

REFERENCIAS

- Abbott, M.B. Bathurst, J.C. Cunge, J.A. O'Connell, P.E. y Rasmussen, J.(1986.). *An Intmducción to the European Hydrological System, SHE. History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system.* Journal of hydrology. Vol. 87, págs. 45-59,
- Allen.T. y Hjelmfelt, A.T.(1991). *hiv esügation on curve number pmcedure.* Journal of hydraulic engineering. Vol. 117 (6), págs. 725-737.
- Bathurst, J.C.(1986). *Physically-based distributed modelling of an upland catchment using the European Hydrological System.* Journal of hydrology. Vol. 87, págs. 79-102, .
- Beven, K.(1989). *Changing ideas in hydrology-The case of physically-based models.* Journal of hydrology. Vol. 105, págs. 157-172.
- Beven, K.(1991). *Spatially distributed modelling: Conceptual appwach to runoff prediction*, en Recents advances in the modeling of hydrologic systems, ed. por D.S. Bowles y P.E. O'Connell, Kluwer Academic Publishers.
- Chow, V.T. Maidment, D.R. y Mays, L.W.(1988) Applied hydrology. McGraw-Hill.
- Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de la Universidad Politécnica de Valencia (DIHMA) (1994a). Obtención de hidrogramas alternativos de los episodios de avenidas registrados en la cuenca alta del río Palancia. Informe parcial nº 2 para el Centro de Estudios Hidrográficos.
- Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de la Universidad Politécnica de Valencia (DIHMA) (1994b). Obtención de hietogramas alternativos de los episodios de avenidas registrados en la cuenca alta del río Palancia. Informe parcial nº 3 para el Centro de Estudios Hidrográficos.

- Francés, F.(1994) Uso de los SIG en la generación de hidrogramas de avenida. Curso sobre utilización de los Sistemas de Información Geográfica en Hidrología. Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX, MOPTMA.
- Grayson, R.B. Moore, I.D. y McMahon, T.A.(1992). Physically based hydrologic modeling. 2,- *¿Is the concept realistic?*. *Water Resources Research*, Vol. 26 (10), págs. 2659-2666.
- Maidment, D.R.(1993). *Developing a spatially distributed unit hydrograph by using GIS*. Application of Geographic Information Systems in Hydrology and Water Management, ed. by K.Kovar and H.P. Nachtnebel, IAHS publication n° 211.
- Michaud, J. y Sorooshian, S.(1994). *Comparison of simple versus complex distributed runoff models on a mid-sized semiarid watershed*. Water Resources Research. Vol. 30 (3), págs 593-605.
- Naef, F.(1981). *Can we model the rainfall-runoff process today?*. Hydrological Sciences Bulletin. Vol. 26 (3), págs. 281-289.
- Russo D. y Bresler E.(1982). *Soil hydraulic properties as stochastic processes: Errors of estimates in a heterogeneous field*. Soil Sciences Soc. Am. Journal, Vol. 46, págs. 20-26.
- Singh, V.P. y Woolhiser, D.A.(1976). *Sensitivity of linear and non linear surface runoff models to input errors*. *Journal of hydrology*. Vol. 29, págs. 243-249.
- Sircar, J.K. Ragan, R.M. Engman, E.T. y Fink, R.A.(1991) *A GIS based geomorphic approach for the digital computation of time-area curves*. Proceedings ASCE Symposium on remote sensing applications in water resources engineering.
- Sivapalan, M. y Wood E.F.(1986). *Spatial heterogeneity and scale in the infiltration response of catchments*. *Scale problems in hydrology*, ed. by V.K. Gupta, I. Rodriguez-Iturbe and E.F. Wood, D. Reidel Publishing Company.
- Tabios, G.Q. y Salas, J.D.(1985). A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of precipitation. *Water Resources Bulletin*, Vol. 21 (3), págs 365-380.
- Témez, J.R. *Cálculo hidrometeorológico de caudales de avenida en pequeñas cuencas naturales*. MOPU. Dirección General de Carreteras, 1978.
- Wilcox, B.P. Rawls, W.J. Brakensiek, D.L. y Wight, J.R.(1990) *Predicting runoff from rangeland catchments: A comparison of two models*. Water Resources Research. Vol. 26 (10), págs 2401 -2410.
- Wood, E.F. Sivapalan, M. Beven, K.J. y Band, L (1988). *Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modelling*. Journal of hydrology. Vol. 102, págs. 29-47.